Taki Academy
www.takiacademy.com

Exercice 1 — 42' min — 6 pt

Soit f la fonction définie sur $]-1,1[$ par : $f(x) = -1 + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Et on désigne par ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) a) Justifier que f est dérivable sur $]-1,1[$ et que : $f'(x) = \frac{1}{\left(\sqrt{1-x^2}\right)^3}$

b) Dresser le tableau de variation de f

2) a) Montrer que $I(0,-1)$ est un point d'inflexion de ζ_f

b) Donner une équation cartésienne de la tangente à ζ_f au point I

c) Montrer que I est un centre de symétrie pour ζ_f

3) Tracer ζ_f en précisant les asymptotes

4) a) Montrer que f réalise une bijection de $[0,1[$ sur un intervalle J à préciser

b) Calculer $(f^{-1})'(-1)$

c) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

Exercice 2 — 42' min — 6 pt

Soit f la fonction définie par : $\begin{cases} f(x) = x + 1 + \sqrt{x^2-1} & si\ x < -1 \\ f(x) = \frac{1}{2}(2-x)\sqrt{x+1} & si\ x \geq -1 \end{cases}$

1) a) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

b) Etudier la dérivabilité de f en (-1). Interpréter le résultat graphiquement.

c) Etudier la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

d) Calculer $f'(x)$, pour tout réel $x \neq -1$

e) Dresser le tableau de variations de f.

2) On désigne par g la restriction de f à $]-\infty,-1[$

a) Montrer que g réalise une bijection de $]-\infty,-1[$ sur $]0,1[$.

b) On note g^{-1} la bijection réciproque de g. Déterminer $g^{-1}(x)$; pour tout $x \in]0,1[$.

c) Construire dans un repère orthonormé (o,i,j) les courbe C_f et C^{-1} de f et g^{-1}.

Exercice 3 — 42' min — 6 pt

Le plan P étant muni d'un repère orthonormé (O,i,j) le graphique ci-joint représente $\mathscr{C}$ la courbe de la fonction f définie sur $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right] \cup [2,+\infty[$.

- Les droites D et Δ deux asymptotes à $\mathscr{C}$.
- La droite T est tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-\frac{3}{2}$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn
Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn
www.takiacademy.com